

جمهورية مصر العربية



وزارة التربية والتعليم
والتعليم الفني

نموذج إجابة

امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة

للعام الدراسي ٢٠١٧/٢٠١٦ - الدور الأول

المادة : الجبر والمهندسة الفراغية (باللغة الألمانية)

نموذج



Die Fragen von — bis	der Punkt
1 — 5	7
6 — 8	5
9 — 11	6
12 — 15	5
16 — 19	7
Die Summe	30

1-

$$(C) {}^6C_2 + {}^6C_3 \quad \triangle 1$$

2-

$$(b) 4 \quad \triangle 1$$

3-

$$(c) T_6 \quad \triangle 1$$

4-

$$\therefore T_3 = {}^nC_2 \times X^2 = 17 \quad \longrightarrow \quad (1) \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$T_2 \times T_4 = \frac{544}{3} \quad \text{durch Dividieren durch } T_3$$

$$n \times X \times \frac{T_4}{T_3} = \frac{544}{3 \times 17} \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$n \times X \times \frac{n-3+1}{3} \times X = \frac{32}{3}$$

$$n X^2 (n-2) = 32 \quad \longrightarrow \quad (2) \quad \triangle \frac{1}{2}$$

Von (1) und (2) durch Dividieren

$$\frac{n(n-1)X^2}{2nX^2(n-2)} = \frac{17}{32}$$

$$\therefore \frac{n-1}{n-2} = \frac{34}{16}$$

$$\frac{n-1}{n-2} = \frac{17}{8} \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$17n - 34 = 16n - 16$$

$$n = 18$$

Durch Substituieren in (2)

$$18 \times X^2 \times 16 = 32$$

$$X^2 = \frac{1}{9} \quad \triangle \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad X = \pm \frac{1}{3} \quad \triangle \frac{1}{2}$$

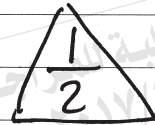
Andere Lösung:-

$${}^nC_2(x)^2 = 17$$

$$3({}^nC_1 \cdot x)({}^nC_3 \cdot x^3) = 544$$

$$\frac{n(n-1)}{2} x^2 = 17$$

$$n(n-1)x^2 = 34 \rightarrow \textcircled{1}$$



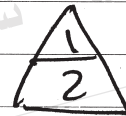
$$3nx \cdot \frac{n(n-1)(n-2)}{6} x^3 = 544$$

$$n^2(n-1)(n-2)x^4 = 1088 \rightarrow \textcircled{2}$$



Von ① & ②

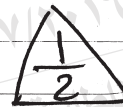
$$\frac{n^2(n-1)(n-2)x^4}{n^2(n-1)(n-1)x^4} = \frac{1088}{1156}$$



$$\frac{n-2}{n-1} = \frac{16}{17}$$

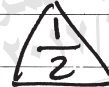
$$17n - 34 = 16n - 16$$

$$n = 18$$



Durch Substituieren in ① $18(18-1)x^2 = 34$

$$18 \times 17 x^2 = 34$$



$$9x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{9}$$

$$x = \pm \frac{1}{3}$$



5-

(b) ω



6-

(c) 1



7-

$$\frac{-\pi}{4}$$



8-

a-

$$r = \sqrt{2}, \tan \theta = 1$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{4}$$



$$\therefore Z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$Z^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{6}} \left(\cos \frac{\frac{\pi}{4} + 2\pi n}{3} + i \sin \frac{\frac{\pi}{4} + 2\pi n}{3} \right)$$



Wobei $n = 0, 1, 2$



$$\text{Bei } n = 0 \quad Z_1 = 2^{\frac{1}{6}} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$$

$$= 2^{\frac{1}{6}} e^{\frac{\pi}{12} i}$$



Bei $n = 1$

$$Z_2 = 2^{\frac{1}{6}} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) = 2^{\frac{1}{6}} e^{\frac{3\pi}{4} i}$$



Bei $n = 2$

$$Z_3 = 2^{\frac{1}{6}} \left(\cos \frac{-7\pi}{12} + i \sin \frac{-7\pi}{12} \right) = 2^{\frac{1}{6}} e^{\frac{-7\pi}{12} i}$$



b-

$$r = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2 \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\tan \theta = \frac{-\sqrt{3}}{1} = -\sqrt{3} \quad \triangle \frac{1}{2}$$

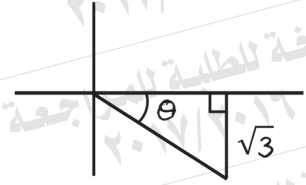
$$\therefore \theta = -60^\circ \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\therefore Z = 2 [\cos(-60^\circ) + i \sin(-60^\circ)] \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$Z^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} [\cos(-60^\circ) + i \sin(-60^\circ)]^{\frac{3}{2}} \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$Z^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2} [\cos(-90^\circ) + i \sin(-90^\circ)] \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\text{oder} = 2\sqrt{2} [\cos(90^\circ) + i \sin(90^\circ)]$$



9-

$$\begin{aligned}
 C_2 - C_1, C_3 - C_1 &\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & y-x & 0 \\ x & 0 & -y-x \end{vmatrix} \triangle 1 \\
 &= 1 \times (y-x)(-y-x) \triangle \frac{1}{2} \\
 &= -(y-x)(y+x) \\
 &= -(y^2 - x^2) \\
 &= x^2 - y^2 \triangle \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

10-

$$(c) (x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4 \triangle 1$$

11- Lassen wir $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 2 \times -4 + 3 \times -5 - 1 \times -2$$

$$= -21 \neq 0 \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$\therefore \text{Rang}(A) = 3$

Die Kofaktormatrix =

$$\begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 5 & -2 \\ -6 & -3 & -3 \\ -7 & -7 & 7 \end{pmatrix} \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 \\ 5 & -3 & -7 \\ -2 & -3 & 7 \end{pmatrix} \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{-1}{21} \times \begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 \\ 5 & -3 & -7 \\ -2 & -3 & 7 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 9 \\ 15 \\ 12 \end{pmatrix} \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{-1}{21} \begin{pmatrix} -210 \\ -84 \\ 21 \end{pmatrix}$$


$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$\therefore x = 10, y = 4, z = -1$

12-

(c) $(4, 1, -1)$ 

13-

(c) $85^\circ 4'$ 

14-

(d) 6 

15-

a-

$$1) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\angle ABC) \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$= 6 \times 10 \times \frac{6}{10}$$

$$= 36 \quad \triangle \frac{1}{2}$$

2) Die Komponente von \overrightarrow{CD} in der Richtung von $\overrightarrow{BC} =$

$$\frac{\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{BC}}{\|\overrightarrow{BC}\|} = Null \quad \triangle \frac{1}{2}$$

Weil sie senkrecht sind. $\triangle \frac{1}{2}$

b-

$$\because \cos^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_2 + \cos^2 \theta_3 = 1 \quad \triangle \frac{1}{2}$$

\because Die Winkel sind gleich $= \theta$

$$\because 3\cos^2 \theta = 1 \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\because \cos^2 \theta = \frac{1}{3}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \|\overrightarrow{A}\| [\cos \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} + \cos \theta \hat{k}] \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$= 21\sqrt{3} \left[\pm \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{i} \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{j} \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{k} \right] \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\overrightarrow{A} = \pm [21\hat{i} + 21\hat{j} + 21\hat{k}]$$

16-

(b) $z = 3$



17-

(c) $\left(\frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}\right)$



18-

∴ Die Ebene enthält die Gerade L_1



∴ Der Punkt $a(0, 3, -5) \in$ der Ebene

∴ Die Ebene // der Geraden L_2 , deren Richtungsvektor $(1, -3, 3)$



∴ Der Vektor $(1, -3, 3) \perp$ zur Ebene, deren Gleichung erforderlich ist.



∴ Die Gleichung der erforderlichen Ebene lautet:

$$(1, -3, 3) \cdot \vec{r} = (1, -3, 3) \cdot (0, 3, -5).$$



$$\therefore x - 3y + 3z + 24 = 0$$

19-

Die Gleichung lautet:

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 1$$

∴ Die Punkte sind $A(4, 0, 0)$, $B(0, 6, 0)$, $C(0, 0, 3)$ $\triangle \frac{1}{2}$

$$\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (0, 6, 0) - (4, 0, 0) = (-4, 6, 0) \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\overrightarrow{AC} = \vec{C} - \vec{A} = (0, 0, 3) - (4, 0, 0) = (-4, 0, 3) \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -4 & 6 & 0 \\ -4 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 18\hat{i} + 12\hat{j} + 24\hat{k} \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{Die Fläche des Dreiecks} = \frac{1}{2} \|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\| \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{18^2 + 12^2 + 24^2} \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$= \sqrt{261} = 3\sqrt{29} \text{ Quadrateinheit}$$

Andere Lösung:

Die Gleichung: $\frac{x}{4} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 1$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

∴ Die Punkte sind: A (4, 0, 0), B (0, 6, 0), C (0, 0, 3) $\left(\frac{1}{2}\right)$

$AB = \sqrt{(4-0)^2 + (0-6)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{52} = 7,2 \text{ Längeneinheit}$

$AC = \sqrt{(4-0)^2 + (0-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ Längeneinheit}$

$BC = \sqrt{(0-0)^2 + (6-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{45} = 6,7 \text{ Längeneinheit}$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

Die Fläche des Dreieckes = $\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$P = \frac{1}{2}(a+b+c) = \frac{1}{2}(7,2 + 5 + 6,7) = 9,45$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

Die Fläche des Dreieckes = $\sqrt{9,45(9,45-7,2)(9,45-5)(9,45-6,7)}$
 $= 16,1 \text{ Quadrateinheit}$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

Die Antworten sind zu Ende.

Alle andere richtige Antworten gelten als richtig